

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren**

1. Wir behandeln im folgenden Zeichen- und Objektspuren zusammen bzw. die Ergebnisse, die wir für Zeichenspuren erhalten, sind ebenfalls für Objektspuren gültig (vgl. jedoch Toth 2009a). Dabei gehen wir von der in Toth (2009b) eingeführten semiotischen Spurenmatrix aus

$$\begin{pmatrix} \emptyset_M & M_O & M_I & M_M \\ \emptyset_O & O_O & O_I & O_M \\ \emptyset_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Man sollte sich, bevor man die folgenden Theoreme studiert, welche ohne Beweise gegeben werden, weil sie selbstverständlich sind, nochmals vergegenwärtigen, dass ein Term wie  $M_O$  mathematisch dasselbe bedeutet wie

$$M \rightarrow O$$

und dass demzufolge die Konverse

$$M_O^\circ = M \leftarrow O$$

gilt. Werden also zwei Subzeichen  $M_n$  und  $N_m$  addiert, so ist das Resultat

$$M_n \cup N_m = \cup(M, N)_{n \cup m}, \text{ falls } N > M \text{ und } m > n.$$

$$\text{sonst} = N_m.$$

Das bedeutet also, dass bei der Spurearithmetik zwischen Links- und Rechtsaddition unterschieden werden muss. Ferner müssen natürlich die Nullabbildungen speziell beachtet werden. Sind  $N = M = \emptyset$ , aber  $n \neq m$ , so gilt genau das oben zur Spurearithmetik Gesagte. Sind jedoch  $n = m = \emptyset$ , so bleibt die Summe natürlich 0 (d.h.  $\cup(\emptyset, \emptyset) = \emptyset$ ), aber es gilt in diesem Fall  $M \cup N = \max(M, N)$ , wie bei normalen Verbänden (vgl. etwa Hermes 1967).

## 2.1. Addition von Nullzeichen

$$\emptyset_M + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$\emptyset_O + \emptyset_O = \emptyset_O$$

$$\emptyset_I + \emptyset_I = \emptyset_I$$

$$\emptyset_M + \emptyset_O = \emptyset_O$$

$$\emptyset_M + \emptyset_I = \emptyset_I$$

$$\emptyset_O + \emptyset_I = \emptyset_I$$

$$\emptyset_O + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$\emptyset_I + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$\emptyset_I + \emptyset_O = \emptyset_O$$

## 2.2. Addition von Nullzeichen und Spuren

### 2.2.1. Linksaddition von Nullzeichen

$$\emptyset_M + M_M = M_M$$

$$\emptyset_M + M_O = M_O$$

$$\emptyset_M + M_I = M_I$$

$$\emptyset_O + M_M = M_O$$

$$\emptyset_O + M_O = M_O$$

$$\emptyset_O + M_I = M_O$$

$$\emptyset_I + M_M = M_I$$

$$\emptyset_I + M_O = M_I$$

$$\emptyset_I + M_I = M_I$$

### 2.2.2. Rechtsaddition von Nullzeichen

$$M_M + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$M_O + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$M_I + \emptyset_M = \emptyset_M$$

$$M_M + \emptyset_O = \emptyset_O$$

$$M_O + \emptyset_O = \emptyset_O$$

$$M_I + \emptyset_O = \emptyset_O$$

$$M_M + \emptyset_I = \emptyset_I$$

$$M_O + \emptyset_I = \emptyset_I$$

$$M_I + \emptyset_I = \emptyset_I$$

### 2.3.3. Addition von Spuren

$$M_M + M_M = M_M$$

$$M_M + M_O = M_O$$

$$M_M + M_I = M_I$$

$$M_O + O_M = O_O$$

$$M_O + O_O = O_O$$

$$M_O + O_I = O_I$$

$$M_I + I_M = I_I$$

$$M_I + I_O = I_I$$

$$M_I + I_I = I_I$$

## 2.4. Additionen mit konversen Nullzeichen

### 2.4.1. Additionen von konversen Nullzeichen

$$M_\emptyset + M_\emptyset = M_\emptyset$$

$$M_\emptyset + O_\emptyset = O_\emptyset$$

$$M_\emptyset + I_\emptyset = I_\emptyset$$

$$O_\emptyset + M_\emptyset = O_\emptyset$$

$$O_\emptyset + O_\emptyset = O_\emptyset$$

$$O_\emptyset + I_\emptyset = I_\emptyset$$

$$I_\emptyset + M_\emptyset = I_\emptyset$$

$$I_\emptyset + O_\emptyset = I_\emptyset$$

$$I_\emptyset + I_\emptyset = I_\emptyset$$

## 2.4.2. Additionen von konversen Nullzeichen und Spuren

$$M_{\emptyset} + O_{\emptyset} = O_{\emptyset}$$

$$M_{\emptyset} + I_{\emptyset} = I_{\emptyset}$$

$$O_{\emptyset} + I_{\emptyset} = I_{\emptyset}$$

$$O_{\emptyset} + M_{\emptyset} = O_{\emptyset}$$

$$I_{\emptyset} + M_{\emptyset} = I_{\emptyset}$$

$$I_{\emptyset} + O_{\emptyset} = I_{\emptyset}$$

usw.

### **Bibliographie**

Hermes, Hans, Einführung in die Verbandstheorie. Berlin 1967

Toth, Alfred, Zur Arithmetik semiotischer Objektrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

22.10.2009